

L'Échec du Vote Majoritaire et Comment le Surmonter:

LE JUGEMENT MAJORITAIRE

Michel Balinski
École Polytechnique et CNRS, Paris

COSI 2014
Université Abderrahmane Mira,
Béjaia 8-10 juin 2014

(Idées développées avec Rida Laraki)

Classer, ranger, élire : un problème scientifique étrange

Classer, ranger, élire : un problème scientifique étrange

Tout est classé et rangé – non seulement hommes et femmes
politiques par la voie d'élections –

Classer, ranger, élire : un problème scientifique étrange

Tout est classé et rangé – non seulement hommes et femmes politiques par la voie d'élections – :

Architectes, Beautés, Chiens et Chats et Chercheurs, Dramaturges, Etudiants, Fromages, Gymnastes, Hôtels, Investissements, Judokas, Kayakistes, Livres, Mathématiciens, Normaliens, Orchestres, Patineurs artistiques et Plongeurs et Politiciens, ...

Classer, ranger, élire : un problème scientifique étrange

Tout est classé et rangé – non seulement hommes et femmes politiques par la voie d'élections – :

Architectes, Beautés, Chiens et Chats et Chercheurs, Dramaturges, Etudiants, Fromages, Gymnastes, Hôtels, Investissements, Judokas, Kayakistes, Livres, Mathématiciens, Normaliens, Orchestres, Patineurs artistiques et Plongeurs et Politiciens, ...

Comment ? Par des procédures *ad hoc* artisanales inventées pour chaque besoin qui **mesurent**, ainsi dépendent de chiffres, et donc serait *nécessairement* fiable !

Classer, ranger, élire : un problème scientifique étrange

Tout est classé et rangé – **non seulement hommes et femmes politiques par la voie d'élections** – :

Architectes, Beautés, Chiens et Chats et Chercheurs, Dramaturges, Etudiants, Fromages, Gymnastes, Hôtels, Investissements, Judokas, Kayakistes, Livres, Mathématiciens, Normaliens, Orchestres, Patineurs artistiques et Plongeurs et Politiciens, ...

Comment ? Par des procédures *ad hoc* artisanales inventées pour chaque besoin qui **mesurent**, ainsi dépendent de chiffres, et donc serait *nécessairement* fiable !

Effectivement, il est trivial d'inventer une infinité de procédures différentes – donc la subtilité du problème n'est pas soupçonné.

Classer, ranger, élire : un problème scientifique étrange

Tout est classé et rangé – non seulement hommes et femmes politiques par la voie d'élections – :

Architectes, Beautés, Chiens et Chats et Chercheurs, Dramaturges, Etudiants, Fromages, Gymnastes, Hôtels, Investissements, Judokas, Kayakistes, Livres, Mathématiciens, Normaliens, Orchestres, Patineurs artistiques et Plongeurs et Politiciens, ...

Comment ? Par des procédures *ad hoc* artisanales inventées pour chaque besoin qui **mesurent**, ainsi dépendent de chiffres, et donc serait *nécessairement* fiable !

Effectivement, il est trivial d'inventer une infinité de procédures différentes – donc la subtilité du problème n'est pas soupçonné.

En fait, toutes procédures actuellement utilisée – y compris élections – peuvent rendre des classements erronés.

- 1 "Jugement de Paris"
- 2 Jugement majoritaire: ≤ 2 compétiteurs
- 3 Jugement majoritaire: ≥ 3 compétiteurs

Le 22 mai 1976 : "Le Jugement de Paris"

Le 22 mai 1976 : "Le Jugement de Paris"

Time magazine le 7 juin 1976 :

Le 22 mai 1976 : “Le Jugement de Paris”

Time magazine le 7 juin 1976 :

“Depuis des années les Américains expatriés, se vantant des vins de la Californie, se voyaient accueilli pour la plupart d’une incrédulité polie – ou pire. . . . A Paris la semaine dernière, à une dégustation formelle organisée par [l’Anglais Steven] Spurrier [et l’Académie du Vin], l’impossible s’est produit :

Le 22 mai 1976 : "Le Jugement de Paris"

Time magazine le 7 juin 1976 :

"Depuis des années les Américains expatriés, se vantant des vins de la Californie, se voyaient accueilli pour la plupart d'une incrédulité polie – ou pire. ... A Paris la semaine dernière, à une dégustation formelle organisée par [l'Anglais Steven] Spurrier [et l'Académie du Vin], l'impossible s'est produit :

la Californie a vaincu tout Gaul".

Le 22 mai 1976 : “Le Jugement de Paris”

Time magazine le 7 juin 1976 :

“Depuis des années les Américains expatriés, se vantant des vins de la Californie, se voyaient accueilli pour la plupart d’une incrédulité polie – ou pire. ... A Paris la semaine dernière, à une dégustation formelle organisée par [l’Anglais Steven] Spurrier [et l’Académie du Vin], l’impossible s’est produit :

la Californie a vaincu tout Gaul”.

Vrai ? ...

Le 22 mai 1976 : "Le Jugement de Paris"

Time magazine le 7 juin 1976 :

"Depuis des années les Américains expatriés, se vantant des vins de la Californie, se voyaient accueilli pour la plupart d'une incrédulité polie – ou pire. ... A Paris la semaine dernière, à une dégustation formelle organisée par [l'Anglais Steven] Spurrier [et l'Académie du Vin], l'impossible s'est produit :

la Californie a vaincu tout Gaul".

Vrai ? ... ou faut ?

10 vins, 4 français (*) + 6 Californiens

10 vins, 4 français (*) + 6 Californiens

- *A* : Stag's Leap 1973 (Californie)
- *B** : Chateau Mouton Rothschild 1970 (France)
- *C** : Chateau Montrose 1970 (France)
- *D** : Chateau Haut Brion 1970 (France)
- *E* : Ridge Mt. Bello 1971 (Californie)
- *F** : Leoville-las-Cases 1971 (France)
- *G* : Heitz Martha's Vineyard 1970 (Californie)
- *H* : Clos du Val 1972 (Californie)
- *I* : Mayacamas 1971 (Californie)
- *J* : Freeman Abbey 1969 (Californie)

11 juges, dont 9 Français "hauts prêtres" œnophiles

11 juges, dont 9 Français "hauts prêtres" œnophiles

P. Brejoux (Français)

M. Dovaz (Français)

O. Kahn (Français)

R. Oliver (Français)

P. Tari (Français)

J.-C. Vrinat (Français)

A. de Villaine (Français)

P. Gallagher (Américaine)

C. Dubois-Millot (Français)

S. Spurrier (Anglais)

C. Vanneque (Français)

11 juges, dont 9 Français "hauts prêtres" œnophiles

| | |
|-------------------------|-----------------------------|
| P. Brejoux (Français) | A. de Villaine (Français) |
| M. Dovaz (Français) | P. Gallagher (Américaine) |
| O. Kahn (Français) | C. Dubois-Millot (Français) |
| R. Oliver (Français) | S. Spurrier (Anglais) |
| P. Tari (Français) | C. Vanneque (Français) |
| J.-C. Vrinat (Français) | |

Dégustation aveugle, notée sur une échelle de 0 à 20.

11 juges, dont 9 Français "hauts prêtres" œnophiles

| | |
|-------------------------|-----------------------------|
| P. Brejoux (Français) | A. de Villaine (Français) |
| M. Dovaz (Français) | P. Gallagher (Américaine) |
| O. Kahn (Français) | C. Dubois-Millot (Français) |
| R. Oliver (Français) | S. Spurrier (Anglais) |
| P. Tari (Français) | C. Vanneque (Français) |
| J.-C. Vrinat (Français) | |

Dégustation aveugle, notée sur une échelle de 0 à 20.

La méthode pour amalgamer les notes et déterminer le rangement :

11 juges, dont 9 Français "hauts prêtres" œnophiles

| | |
|-------------------------|-----------------------------|
| P. Brejoux (Français) | A. de Villaine (Français) |
| M. Dovaz (Français) | P. Gallagher (Américaine) |
| O. Kahn (Français) | C. Dubois-Millot (Français) |
| R. Oliver (Français) | S. Spurrier (Anglais) |
| P. Tari (Français) | C. Vanneque (Français) |
| J.-C. Vrinat (Français) | |

Dégustation aveugle, notée sur une échelle de 0 à 20.

La méthode pour amalgamer les notes et déterminer le rangement :

Calculer les sommes (ou les moyennes) des notes de chaque vin.

Les notes et le rangement : méthode des sommes

$A \succ B$: le juge préfère A à B . $A \succ_S B$: la Société (ou le jury) classe A devant B (selon la méthode utilisée). \approx, \approx_S : équivaut.

Les notes et le rangement : méthode des sommes

$A \succ B$: le juge préfère A à B . $A \succ_S B$: la Société (ou le jury) classe A devant B (selon la méthode utilisée). \approx, \approx_S : équivaut.

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-----------|------|----|----|------|------|----|------|------|-----|----|
| Brejoux | 14 | 16 | 12 | 17 | 13 | 10 | 12 | 14 | 5 | 7 |
| Villaine | 15 | 14 | 16 | 15 | 9 | 10 | 7 | 5 | 12 | 7 |
| Dovaz | 10 | 15 | 11 | 12 | 12 | 10 | 11.5 | 11 | 8 | 15 |
| Gallagher | 14 | 15 | 14 | 12 | 16 | 14 | 17 | 13 | 9 | 15 |
| Kahn | 15 | 12 | 12 | 12 | 7 | 12 | 2 | 2 | 13 | 5 |
| Millot | 16 | 16 | 17 | 13.5 | 7 | 11 | 8 | 9 | 9.5 | 9 |
| Oliver | 14 | 12 | 14 | 10 | 12 | 12 | 10 | 10 | 14 | 8 |
| Spurrier | 14 | 14 | 14 | 8 | 14 | 12 | 13 | 11 | 9 | 13 |
| Tari | 13 | 11 | 14 | 14 | 17 | 12 | 15 | 13 | 12 | 14 |
| Vanneque | 16.5 | 16 | 11 | 17 | 15.5 | 8 | 10 | 16.5 | 3 | 6 |
| Vrinat | 14 | 14 | 15 | 15 | 11 | 12 | 9 | 7 | 13 | 7 |

Les notes et le rangement : méthode des sommes

$A \succ B$: le juge préfère A à B . $A \succ_S B$: la Société (ou le jury) classe A devant B (selon la méthode utilisée). \approx, \approx_S : équivaut.

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| Brejoux | 14 | 16 | 12 | 17 | 13 | 10 | 12 | 14 | 5 | 7 |
| Villaine | 15 | 14 | 16 | 15 | 9 | 10 | 7 | 5 | 12 | 7 |
| Dovaz | 10 | 15 | 11 | 12 | 12 | 10 | 11.5 | 11 | 8 | 15 |
| Gallagher | 14 | 15 | 14 | 12 | 16 | 14 | 17 | 13 | 9 | 15 |
| Kahn | 15 | 12 | 12 | 12 | 7 | 12 | 2 | 2 | 13 | 5 |
| Millot | 16 | 16 | 17 | 13.5 | 7 | 11 | 8 | 9 | 9.5 | 9 |
| Oliver | 14 | 12 | 14 | 10 | 12 | 12 | 10 | 10 | 14 | 8 |
| Spurrier | 14 | 14 | 14 | 8 | 14 | 12 | 13 | 11 | 9 | 13 |
| Tari | 13 | 11 | 14 | 14 | 17 | 12 | 15 | 13 | 12 | 14 |
| Vanneque | 16.5 | 16 | 11 | 17 | 15.5 | 8 | 10 | 16.5 | 3 | 6 |
| Vrinat | 14 | 14 | 15 | 15 | 11 | 12 | 9 | 7 | 13 | 7 |
| $\sum / 11$ | 14.4 | 14.3 | 13.6 | 11.8 | 11.6 | 10.9 | 10.6 | 10.5 | 10.0 | 5.7 |
| Class. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Les notes et le rangement : méthode des sommes

$A \succ B$: le juge préfère A à B. $A \succ_S B$: la Société (ou le jury) classe A devant B (selon la méthode utilisée). \approx, \approx_S : équivaut.

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| Brejoux | 14 | 16 | 12 | 17 | 13 | 10 | 12 | 14 | 5 | 7 |
| Villaine | 15 | 14 | 16 | 15 | 9 | 10 | 7 | 5 | 12 | 7 |
| Dovaz | 10 | 15 | 11 | 12 | 12 | 10 | 11.5 | 11 | 8 | 15 |
| Gallagher | 14 | 15 | 14 | 12 | 16 | 14 | 17 | 13 | 9 | 15 |
| Kahn | 15 | 12 | 12 | 12 | 7 | 12 | 2 | 2 | 13 | 5 |
| Millot | 16 | 16 | 17 | 13.5 | 7 | 11 | 8 | 9 | 9.5 | 9 |
| Oliver | 14 | 12 | 14 | 10 | 12 | 12 | 10 | 10 | 14 | 8 |
| Spurrier | 14 | 14 | 14 | 8 | 14 | 12 | 13 | 11 | 9 | 13 |
| Tari | 13 | 11 | 14 | 14 | 17 | 12 | 15 | 13 | 12 | 14 |
| Vanneque | 16.5 | 16 | 11 | 17 | 15.5 | 8 | 10 | 16.5 | 3 | 6 |
| Vrinat | 14 | 14 | 15 | 15 | 11 | 12 | 9 | 7 | 13 | 7 |
| $\sum / 11$ | 14.4 | 14.3 | 13.6 | 11.8 | 11.6 | 10.9 | 10.6 | 10.5 | 10.0 | 5.7 |
| Class. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

$A \succ_S B^* \succ_S C^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S F^* \succ_S G \succ_S H \succ_S I \succ_S J$

Méthode des sommes : manipulabilité

Méthode des sommes : manipulabilité

Tout juge peut *manipuler* les notes finales de **tout** vin, soit l'augmenter soit le diminuer, pour essayer de le classer là où il le veut.

Méthode des sommes : manipulabilité

Tout juge peut *manipuler* les notes finales de **tout** vin, soit l'augmenter soit le diminuer, pour essayer de le classer là où il le veut.

Exemple : Les notes de Dubois-Millot implique ses préférences :

$$C^* \succ A \approx B^* \succ D^* \succ F^* \succ I \succ H \approx J \succ G \succ E$$

Méthode des sommes : manipulabilité

Tout juge peut *manipuler* les notes finales de **tout** vin, soit l'augmenter soit le diminuer, pour essayer de le classer là où il le veut.

Exemple : Les notes de Dubois-Millot implique ses préférences :

$$C^* \succ A \approx B^* \succ D^* \succ F^* \succ I \succ H \approx J \succ G \succ E$$

En changeant ses notes ainsi :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|-------------------|------|------|-------------------|------|------|-------------------|------|
| Anc | 16 | 16 | 17 | 13.5 | 7 | 11 | 8 | 9 | 9.5 | 9 |
| Nou | 13 | 13.5 | 20 | 13.5 | 7 | 0 | 4 | 8.5 | 13.5 | 14 |
| $\Sigma/11$ | 13.9 | 13.9 | 13.9 ⁺ | 13.2 | 12.1 | 10.2 ⁺ | 10.0 | 10.1 | 10.1 ⁺ | 10.1 |

Méthode des sommes : manipulabilité

Tout juge peut *manipuler* les notes finales de **tout** vin, soit l'augmenter soit le diminuer, pour essayer de le classer là où il le veut.

Exemple : Les notes de Dubois-Millot implique ses préférences :

$$C^* \succ A \approx B^* \succ D^* \succ F^* \succ I \succ H \approx J \succ G \succ E$$

En changeant ses notes ainsi :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|-------------------|------|------|-------------------|------|------|-------------------|------|
| Anc | 16 | 16 | 17 | 13.5 | 7 | 11 | 8 | 9 | 9.5 | 9 |
| Nou | 13 | 13.5 | 20 | 13.5 | 7 | 0 | 4 | 8.5 | 13.5 | 14 |
| $\Sigma/11$ | 13.9 | 13.9 | 13.9 ⁺ | 13.2 | 12.1 | 10.2 ⁺ | 10.0 | 10.1 | 10.1 ⁺ | 10.1 |

le résultat final suivrait précisément ses préférences sauf pour *E* :

$$C^* \succ_S A \approx_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S F^* \succ_S I \succ_S H \approx_S J \succ_S G$$

Combattre la manipulabilité : méthode des sommes tronquées

Combattre la manipulabilité : méthode des sommes tronquées

Laisser tomber les notes max et min – ou (comme dans la méthode utilisée pour le patinage artistique) – les 2 max et les 2 min.
Résultat avec 2 (avec 1 rien ne change) :

Combattre la manipulabilité : méthode des sommes tronquées

Laisser tomber les notes max et min – ou (comme dans la méthode utilisée pour le patinage artistique) – les 2 max et les 2 min.

Résultat avec 2 (avec 1 rien ne change) :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| $\Sigma/11$ | 14.1 | 14.3 | 13.9 | 13.4 | 12.4 | 11.3 | 10.5 | 10.1 | 10.4 | 9.3 |

$B^* \succ_S A \succ_S C^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S F^* \succ_S G \succ_S I \succ_S H \succ_S J$

Combattre la manipulabilité : méthode des sommes tronquées

Laisser tomber les notes max et min – ou (comme dans la méthode utilisée pour le patinage artistique) – les 2 max et les 2 min.

Résultat avec 2 (avec 1 rien ne change) :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| $\Sigma/11$ | 14.1 | 14.3 | 13.9 | 13.4 | 12.4 | 11.3 | 10.5 | 10.1 | 10.4 | 9.3 |

$B^* \succ_S A \succ_S C^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S F^* \succ_S G \succ_S I \succ_S H \succ_S J$

Gaul gagne.

Combattre la manipulabilité : méthode des sommes tronquées

Laisser tomber les notes max et min – ou (comme dans la méthode utilisée pour le patinage artistique) – les 2 max et les 2 min.

Résultat avec 2 (avec 1 rien ne change) :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| $\Sigma/11$ | 14.1 | 14.3 | 13.9 | 13.4 | 12.4 | 11.3 | 10.5 | 10.1 | 10.4 | 9.3 |

$B^* \succ_S A \succ_S C^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S F^* \succ_S G \succ_S I \succ_S H \succ_S J$

Gaul gagne.

La manipulation n'est évidemment pas éliminée.

Combattre la manipulabilité : méthode des sommes tronquées

Laisser tomber les notes max et min – ou (comme dans la méthode utilisée pour le patinage artistique) – les 2 max et les 2 min.

Résultat avec 2 (avec 1 rien ne change) :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| $\Sigma/11$ | 14.1 | 14.3 | 13.9 | 13.4 | 12.4 | 11.3 | 10.5 | 10.1 | 10.4 | 9.3 |

$$B^* \succ_S A \succ_S C^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S F^* \succ_S G \succ_S I \succ_S H \succ_S J$$

Gaul gagne.

La manipulation n'est évidemment pas éliminée. Et il y a – pour toutes méthodes de sommes – un non-sens bien plus grave.

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une *échelle fidèle* ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques.

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une *échelle fidèle* ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques. E.g., avec une échelle de 4 niveaux est-il fidèle de choisir 1,2,3,4 ou faudrait-il prendre 1,2,5,11 ?

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une **échelle fidèle** ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques. E.g., avec une échelle de 4 niveaux est-il fidèle de choisir 1,2,3,4 ou faudrait-il prendre 1,2,5,11 ?
- "**Meaningfulness**" (être sensée): Ayant une échelle fidèle, quelle analyses d'un ensemble de mesures sont valides ?

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une **échelle fidèle** ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques. E.g., avec une échelle de 4 niveaux est-il fidèle de choisir 1,2,3,4 ou faudrait-il prendre 1,2,5,11 ?
- "**Meaningfulness**" (être sensée): Ayant une échelle fidèle, quelle analyses d'un ensemble de mesures sont valides ? E.g., est-il valide de calculer leur somme ou moyenne ?

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une **échelle fidèle** ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques. E.g., avec une échelle de 4 niveaux est-il fidèle de choisir 1,2,3,4 ou faudrait-il prendre 1,2,5,11 ?
- "**Meaningfulness**" (être sensée): Ayant une échelle fidèle, quelle analyses d'un ensemble de mesures sont valides ? E.g., est-il valide de calculer leur somme ou moyenne ?

Les numéros d'autobus.

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une **échelle fidèle** ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques. E.g., avec une échelle de 4 niveaux est-il fidèle de choisir 1,2,3,4 ou faudrait-il prendre 1,2,5,11 ?
- "**Meaningfulness**" (être sensée): Ayant une échelle fidèle, quelle analyses d'un ensemble de mesures sont valides ? E.g., est-il valide de calculer leur somme ou moyenne ?

Les numéros d'autobus. La douleur.

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une **échelle fidèle** ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques. E.g., avec une échelle de 4 niveaux est-il fidèle de choisir 1,2,3,4 ou faudrait-il prendre 1,2,5,11 ?
- "**Meaningfulness**" (être sensée): Ayant une échelle fidèle, quelle analyses d'un ensemble de mesures sont valides ? E.g., est-il valide de calculer leur somme ou moyenne ?

Les numéros d'autobus. La douleur. Les kilogrammes.

Méthodes des sommes : ni fidèle, ni sensée

La théorie de la mesure (distance, temps, poids, bruits, douleurs, candidats, vins, ...) soulève deux problèmes intimement liés :

- Comment construire une **échelle fidèle** ? : Quand on mesure un attribut d'un ensemble d'objets ou d'événements il faut associer des nombres de telle façon que les propriétés de l'attribut sont représentés fidèlement en tant que propriétés numériques. E.g., avec une échelle de 4 niveaux est-il fidèle de choisir 1,2,3,4 ou faudrait-il prendre 1,2,5,11 ?
- "**Meaningfulness**" (être sensée): Ayant une échelle fidèle, quelle analyses d'un ensemble de mesures sont valides ? E.g., est-il valide de calculer leur somme ou moyenne ?

Les numéros d'autobus. La douleur. Les kilogrammes.

Il est un **non-sens** de calculer la sommes des notes des vins (ou de la douleur): 1 point de plus dans l'échelle 0-20 vaut peu quand la note passe de 2 à 3, beaucoup quand elle passe de 18 à 19.

Comparaisons ou rangement : l'approche traditionnelle

Comparaisons ou rangement : l'approche traditionnelle

"... Si, dans une échelle de points 0 à 20, un juge accorde à trois vins les notes 3, 4, 5, un autre les notes 18, 19, 20, et un troisième 3, 12, 20, ils semblent être en total accord en ce qui concerne le classement des vins, mais avoir des différences d'opinion sérieux par rapport à leur qualité. J'ai des doutes concernant la valeur de l'information contenue dans de telles différences.

Comparaisons ou rangement : l'approche traditionnelle

"... Si, dans une échelle de points 0 à 20, un juge accorde à trois vins les notes 3, 4, 5, un autre les notes 18, 19, 20, et un troisième 3, 12, 20, ils semblent être en total accord en ce qui concerne le classement des vins, mais avoir des différences d'opinion sérieux par rapport à leur qualité. J'ai des doutes concernant la valeur de l'information contenue dans de telles différences. **Mais nous avons toujours l'option de transformer les notes en comparaisons [face-à-face] et analyser les comparaisons.**" – Richard Quandt

"Décisions majoritaires"

“Décisions majoritaires”

Les face-à-face (e.g., A vs. B^* : 5 juges notent A au-dessus de B^* , 3 leurs donnent la même note, 3 notent B^* au-dessus de A) :

"Décisions majoritaires"

Les face-à-face (e.g., A vs. B^* : 5 juges notent A au-dessus de B^* , 3 leurs donnent la même note, 3 notent B^* au-dessus de A) :

| | A | B^* | C^* | D^* | E | F^* | G | H | I | J |
|-------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|-----|-----|------|-----|
| A | – | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 7.5 | 10 | 8 | 8.5 | 10.5 | 8 |
| B^* | 4.5 | – | 5 | 5.5 | 8 | 9 | 9 | 9 | 8 | 9 |
| C^* | 6.5 | 6 | – | 6.5 | 5.5 | 10 | 7.5 | 8.5 | 9.5 | 8.5 |
| D^* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 7.5 | 7.5 | 8.5 | 8 | 7.5 |
| E | 3.5 | 3 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 9 | 8 | 6 | 9 |
| F^* | 1 | 2 | 1 | 3.5 | 4.5 | – | 5 | 7 | 6.5 | 7 |
| G | 3 | 2 | 3.5 | 3.5 | 2 | 6 | – | 7 | 6 | 7 |
| H | 2.5 | 2 | 2.5 | 2.5 | 3 | 4 | 4 | – | 6 | 4 |
| I | 0.5 | 3 | 1.5 | 3 | 5 | 4.5 | 5 | 5 | – | 5 |
| J | 3 | 2 | 2.5 | 3.5 | 2 | 4 | 4 | 7 | 6 | – |

"Décisions majoritaires"

Les face-à-face (e.g., A vs. B^* : 5 juges notent A au-dessus de B^* , 3 leurs donnent la même note, 3 notent B^* au-dessus de A) :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 7.5 | 10 | 8 | 8.5 | 10.5 | 8 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 8 | 9 | 9 | 9 | 8 | 9 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 5.5 | 10 | 7.5 | 8.5 | 9.5 | 8.5 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 6.5 | 7.5 | 7.5 | 8.5 | 8 | 7.5 |
| E | 3.5 | 3 | 5.5 | 4.5 | - | 6.5 | 9 | 8 | 6 | 9 |
| F* | 1 | 2 | 1 | 3.5 | 4.5 | - | 5 | 7 | 6.5 | 7 |
| G | 3 | 2 | 3.5 | 3.5 | 2 | 6 | - | 7 | 6 | 7 |
| H | 2.5 | 2 | 2.5 | 2.5 | 3 | 4 | 4 | - | 6 | 4 |
| I | 0.5 | 3 | 1.5 | 3 | 5 | 4.5 | 5 | 5 | - | 5 |
| J | 3 | 2 | 2.5 | 3.5 | 2 | 4 | 4 | 7 | 6 | - |

$$A \succ_M B^* \succ_M E \approx_M C^* \succ_M D^*$$

$$\succ_M G \succ_M F^* \succ_M J \succ_M H \succ_M I$$

"Décisions majoritaires"

Les face-à-face (e.g., A vs. B^* : 5 juges notent A au-dessus de B^* , 3 leurs donnent la même note, 3 notent B^* au-dessus de A) :

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| A | – | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 7.5 | 10 | 8 | 8.5 | 10.5 | 8 |
| B* | 4.5 | – | 5 | 5.5 | 8 | 9 | 9 | 9 | 8 | 9 |
| C* | 6.5 | 6 | – | 6.5 | 5.5 | 10 | 7.5 | 8.5 | 9.5 | 8.5 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 7.5 | 7.5 | 8.5 | 8 | 7.5 |
| E | 3.5 | 3 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 9 | 8 | 6 | 9 |
| F* | 1 | 2 | 1 | 3.5 | 4.5 | – | 5 | 7 | 6.5 | 7 |
| G | 3 | 2 | 3.5 | 3.5 | 2 | 6 | – | 7 | 6 | 7 |
| H | 2.5 | 2 | 2.5 | 2.5 | 3 | 4 | 4 | – | 6 | 4 |
| I | 0.5 | 3 | 1.5 | 3 | 5 | 4.5 | 5 | 5 | – | 5 |
| J | 3 | 2 | 2.5 | 3.5 | 2 | 4 | 4 | 7 | 6 | – |

$A \succ_M B^* \succ_M E \approx_M C^* \succ_M D^* \approx_M A \succ_M G \succ_M F^* \succ_M J \succ_M H \succ_M I$

Le Paradoxe de Condorcet !

Classement de Condorcet

Classement de Condorcet

La méthode de Condorcet classe les vins selon les votes majoritaires face-à-face.

Classement de Condorcet

La méthode de Condorcet classe les vins selon les votes majoritaires face-à-face.

Le paradoxe de Condorcet montre que cette méthode peut refuser de rendre un classement transitif – en particulier, un gagnant.

Classement de Borda

Classement de Borda

La méthode de Borda calcule pour chaque vin la somme de ses votes contre tout autre vin (ou leur moyenne), et les classe selon leur somme (ou moyenne).

Classement de Borda

La méthode de Borda calcule pour chaque vin la somme de ses votes contre tout autre vin (ou leur moyenne), et les classe selon leur somme (ou moyenne).

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-------|
| A | – | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 7.5 | 10 | 8 | 8.5 | 10.5 | 8 | 6.9 |
| B* | 4.5 | – | 5 | 5.5 | 8 | 9 | 9 | 9 | 8 | 9 | 6.7 |
| C* | 6.5 | 6 | – | 6.5 | 5.5 | 10 | 7.5 | 8.5 | 9.5 | 8.5 | 6.85 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 7.5 | 7.5 | 8.5 | 8 | 7.5 | 6.2 |
| E | 3.5 | 3 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 9 | 8 | 6 | 9 | 5.5 |
| F* | 1 | 2 | 1 | 3.5 | 4.5 | – | 5 | 7 | 6.5 | 7 | 3.75 |
| G | 3 | 2 | 3.5 | 3.5 | 2 | 6 | – | 7 | 6 | 7 | 4.0 |
| H | 2.5 | 2 | 2.5 | 2.5 | 3 | 4 | 4 | – | 6 | 4 | 3.05 |
| I | 0.5 | 3 | 1.5 | 3 | 5 | 4.5 | 5 | 5 | – | 5 | 3.25 |
| J | 3 | 2 | 2.5 | 3.5 | 2 | 4 | 4 | 7 | 6 | – | 3.4 |

Classement de Borda

La méthode de Borda calcule pour chaque vin la somme de ses votes contre tout autre vin (ou leur moyenne), et les classe selon leur somme (ou moyenne).

| | A | B* | C* | D* | E | F* | G | H | I | J | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-------|
| A | – | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 7.5 | 10 | 8 | 8.5 | 10.5 | 8 | 6.9 |
| B* | 4.5 | – | 5 | 5.5 | 8 | 9 | 9 | 9 | 8 | 9 | 6.7 |
| C* | 6.5 | 6 | – | 6.5 | 5.5 | 10 | 7.5 | 8.5 | 9.5 | 8.5 | 6.85 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 7.5 | 7.5 | 8.5 | 8 | 7.5 | 6.2 |
| E | 3.5 | 3 | 5.5 | 4.5 | – | 6.5 | 9 | 8 | 6 | 9 | 5.5 |
| F* | 1 | 2 | 1 | 3.5 | 4.5 | – | 5 | 7 | 6.5 | 7 | 3.75 |
| G | 3 | 2 | 3.5 | 3.5 | 2 | 6 | – | 7 | 6 | 7 | 4.0 |
| H | 2.5 | 2 | 2.5 | 2.5 | 3 | 4 | 4 | – | 6 | 4 | 3.05 |
| I | 0.5 | 3 | 1.5 | 3 | 5 | 4.5 | 5 | 5 | – | 5 | 3.25 |
| J | 3 | 2 | 2.5 | 3.5 | 2 | 4 | 4 | 7 | 6 | – | 3.4 |

$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$

Méthode basées sur comparaisons : non-fidèle, pas sensée

Méthode basées sur comparaisons : non-fidèle, pas sensée

Toutes méthodes basées sur les comparaisons considèrent ces évaluations de trois vins par trois juges :

| | A | B | C |
|--------|----|----|----|
| Juge 1 | 3 | 4 | 5 |
| Juge 2 | 18 | 19 | 20 |
| Juge 3 | 3 | 12 | 20 |

Méthode basées sur comparaisons : non-fidèle, pas sensée

Toutes méthodes basées sur les comparaisons considèrent ces évaluations de trois vins par trois juges :

| | A | B | C |
|--------|----|----|----|
| Juge 1 | 3 | 4 | 5 |
| Juge 2 | 18 | 19 | 20 |
| Juge 3 | 3 | 12 | 20 |

identiques !

Méthode basées sur comparaisons : non-fidèle, pas sensée

Toutes méthodes basées sur les comparaisons considèrent ces évaluations de trois vins par trois juges :

| | A | B | C |
|--------|----|----|----|
| Juge 1 | 3 | 4 | 5 |
| Juge 2 | 18 | 19 | 20 |
| Juge 3 | 3 | 12 | 20 |

identiques !

Evidemment,

Pour Juge 1 : ils diffèrent peu et sont tous mauvais

Pour Juge 2 : ils diffèrent peu et sont tous excellent

Pour Juge 3 : leurs qualités sont complètement différentes

Méthodes basées sur comparaisons : non-fidèle, pas sensée

Toutes méthodes basées sur les comparaisons considèrent ces évaluations de trois vins par trois juges :

| | A | B | C |
|--------|----|----|----|
| Juge 1 | 3 | 4 | 5 |
| Juge 2 | 18 | 19 | 20 |
| Juge 3 | 3 | 12 | 20 |

identiques !

Evidemment,

Pour Juge 1 : ils diffèrent peu et sont tous mauvais

Pour Juge 2 : ils diffèrent peu et sont tous excellent

Pour Juge 3 : leurs qualités sont complètement différentes

Ces méthodes ne sont ni "fidèles" ni "sensées."

Méthode de Borda : Incohérente

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

: $C^* \succ_S A \succ_S D^* \succ_S B^*$

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

: $C^* \succ_S A \succ_S D^* \succ_S B^*$
Le paradoxe d'Arrow

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

: $C^* \succ_S A \succ_S D^* \succ_S B^*$
Le paradoxe d'Arrow

Borda classe les trois $C^* \succ_S B^* \succ_S A$,

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

: $C^* \succ_S A \succ_S D^* \succ_S B^*$
Le paradoxe d'Arrow

Borda classe les trois $C^* \succ_S B^* \succ_S A$, et $C^* \succ_S B^* \succ_S D^*$,

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

: $C^* \succ_S A \succ_S D^* \succ_S B^*$
Le paradoxe d'Arrow

Borda classe les trois $C^* \succ_S B^* \succ_S A$, et $C^* \succ_S B^* \succ_S D^*$, les deux $C^* \succ_S A$ et $B^* \approx_S D^*$: **totale incohérence !**

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

: $C^* \succ_S A \succ_S D^* \succ_S B^*$
Le paradoxe d'Arrow

Borda classe les trois $C^* \succ_S B^* \succ_S A$, et $C^* \succ_S B^* \succ_S D^*$, les deux $C^* \succ_S A$ et $B^* \approx_S D^*$: **totale incohérence !**

Une méthode est *cohérente* quand l'ordre entre deux vins (ou compétiteurs) ne dépend pas de la présence ou l'absence d'autres vins.

Méthode de Borda : Incohérente

La méthode de Borda classe les 10 vins :

$$A \succ_S C^* \succ_S B^* \succ_S D^* \succ_S E \succ_S G \succ_S F^* \succ_S J \succ_S I \succ_S H$$

Comment Borda classe les 4 vins A, B^*, C^*, D^* seules ?

| | A | B* | C* | D* | Borda |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| A | - | 6.5 | 4.5 | 5.5 | 5.5 |
| B* | 4.5 | - | 5 | 5.5 | 5 |
| C* | 6.5 | 6 | - | 6.5 | 6.3 |
| D* | 5.5 | 5.5 | 4.5 | - | 5.2 |

: $C^* \succ_S A \succ_S D^* \succ_S B^*$
Le paradoxe d'Arrow

Borda classe les trois $C^* \succ_S B^* \succ_S A$, et $C^* \succ_S B^* \succ_S D^*$, les deux $C^* \succ_S A$ et $B^* \approx_S D^*$: **totale incohérence !**

Une méthode est *cohérente* quand l'ordre entre deux vins (ou compétiteurs) ne dépend pas de la présence ou l'absence d'autres vins.

Notez : Une méthode de somme est cohérente.

Méthodes basées sur comparaisons : comment s'en sortir ?

Méthodes basées sur comparaisons : comment s'en sortir ?

Existe-t-il une méthode basée sur les comparaisons de chaque juge qui classe les vins et obéit à quatre exigences essentielles :

Méthodes basées sur comparaisons : comment s'en sortir ?

Existe-t-il une méthode basée sur les comparaisons de chaque juge qui classe les vins et obéit à quatre exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (*la neutralité*) ;

Méthodes basées sur comparaisons : comment s'en sortir ?

Existe-t-il une méthode basée sur les comparaisons de chaque juge qui classe les vins et obéit à quatre exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (*la neutralité*) ;
- 2 Elle place premier un vin jugé le meilleur par tous les juges (*l'unanimité*);

Méthodes basées sur comparaisons : comment s'en sortir ?

Existe-t-il une méthode basée sur les comparaisons de chaque juge qui classe les vins et obéit à quatre exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (*la neutralité*) ;
- 2 Elle place premier un vin jugé le meilleur par tous les juges (*l'unanimité*);
- 3 Si elle place A devant B et B devant C alors elle place A devant C (*la transitivité* - pas de paradoxe de Condorcet) ;

Méthodes basées sur comparaisons : comment s'en sortir ?

Existe-t-il une méthode basée sur les comparaisons de chaque juge qui classe les vins et obéit à quatre exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (*la neutralité*) ;
- 2 Elle place premier un vin jugé le meilleur par tous les juges (*l'unanimité*);
- 3 Si elle place A devant B et B devant C alors elle place A devant C (*la transitivité* - pas de paradoxe de Condorcet) ;
- 4 Quand un vin est soit rajouté soit retiré elle ne change pas le classement entre les autres (*la cohérence* - pas de paradoxe d'Arrow).

Méthodes basées sur comparaisons : comment s'en sortir ?

Existe-t-il une méthode basée sur les comparaisons de chaque juge qui classe les vins et obéit à quatre exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (*la neutralité*) ;
- 2 Elle place premier un vin jugé le meilleur par tous les juges (*l'unanimité*);
- 3 Si elle place A devant B et B devant C alors elle place A devant C (*la transitivité* - pas de paradoxe de Condorcet) ;
- 4 Quand un vin est soit rajouté soit retiré elle ne change pas le classement entre les autres (*la cohérence* - pas de paradoxe d'Arrow).

Theorem (d'impossibilité : Arrow)

Seule la méthode dictatoriale satisfait les exigences 2, 3 et 4; mais elle viole 1 (quand il y a au moins 3 vins ou compétiteurs).

Et si le choix n'était qu'entre 2 vins ou compétiteurs ?

Et si le choix n'était qu'entre 2 vins ou compétiteurs ?

L'axiome universel de la théorie du choix social traditionnel :

Et si le choix n'était qu'entre 2 vins ou compétiteurs ?

L'axiome universel de la théorie du choix social traditionnel :

La majorité des juges ou électeurs qui préfère un à l'autre décide.

Et si le choix n'était qu'entre 2 vins ou compétiteurs ?

L'axiome universel de la théorie du choix social traditionnel :

La majorité des juges ou électeurs qui préfère un à l'autre décide.

Supposons 11 juges, 2 vins, et les évaluations :

| | Très Bon | Bon | Médiocre | Mauvais |
|-----|----------|-----|----------|---------|
| A : | 4 | 3 | 2 | 2 |
| B : | 3 | 2 | 2 | 4 |

Et si le choix n'était qu'entre 2 vins ou compétiteurs ?

L'axiome universel de la théorie du choix social traditionnel :

La majorité des juges ou électeurs qui préfère un à l'autre décide.

Supposons 11 juges, 2 vins, et les évaluations :

| | Très Bon | Bon | Médiocre | Mauvais |
|-----|----------|-----|----------|---------|
| A : | 4 | 3 | 2 | 2 |
| B : | 3 | 2 | 2 | 4 |

Sans ambiguïté : $A \succ_S B$

Que dit la "décision majoritaire" ?

Que dit la "décision majoritaire" ?

Si la distribution des opinions sont :

| | 2 juges | 2 juges | 3 juges | 1 juge | 1 juge | 2 juges |
|-----|---------|---------|---------|--------|--------|---------|
| A : | Tr Bon | Tr Bon | Bon | Médio | Médio | Mauv |
| B : | Bon | Médio | Mauv | Mauv | Tr Bon | Tr Bon |

Que dit la "décision majoritaire" ?

Si la distribution des opinions sont :

| | 2 juges | 2 juges | 3 juges | 1 juge | 1 juge | 2 juges |
|-----|---------|---------|---------|--------|--------|---------|
| A : | Tr Bon | Tr Bon | Bon | Médio | Médio | Mauv |
| B : | Bon | Médio | Mauv | Mauv | Tr Bon | Tr Bon |

Vote majoritaire 8 contre 3 en faveur de A : $A \succ_{VM} B$

Que dit la "décision majoritaire" ?

Si la distribution des opinions sont :

| | 2 juges | 2 juges | 3 juges | 1 juge | 1 juge | 2 juges |
|-----|---------|---------|---------|--------|--------|---------|
| A : | Tr Bon | Tr Bon | Bon | Médio | Médio | Mauv |
| B : | Bon | Médio | Mauv | Mauv | Tr Bon | Tr Bon |

Vote majoritaire 8 contre 3 en faveur de A : $A \succ_{VM} B$

Mais la distribution des opinions pourrait être :

| | 3 juges | 4 juges | 2 juges | 2 juges |
|-----|----------|----------|----------|----------|
| A : | Bon | Très Bon | Médiocre | Mauvais |
| B : | Très Bon | Mauvais | Bon | Médiocre |

Que dit la "décision majoritaire" ?

Si la distribution des opinions sont :

| | 2 juges | 2 juges | 3 juges | 1 juge | 1 juge | 2 juges |
|-----|---------|---------|---------|--------|--------|---------|
| A : | Tr Bon | Tr Bon | Bon | Médio | Médio | Mauv |
| B : | Bon | Médio | Mauv | Mauv | Tr Bon | Tr Bon |

Vote majoritaire 8 contre 3 en faveur de A : $A \succ_{VM} B$

Mais la distribution des opinions pourrait être :

| | 3 juges | 4 juges | 2 juges | 2 juges |
|-----|----------|----------|----------|----------|
| A : | Bon | Très Bon | Médiocre | Mauvais |
| B : | Très Bon | Mauvais | Bon | Médiocre |

Vote majoritaire 7 contre 4 en faveur de B : $B \succ_{VM} A$

Que dit la "décision majoritaire" ?

Si la distribution des opinions sont :

| | 2 juges | 2 juges | 3 juges | 1 juge | 1 juge | 2 juges |
|-----|---------|---------|---------|--------|--------|---------|
| A : | Tr Bon | Tr Bon | Bon | Médio | Médio | Mauv |
| B : | Bon | Médio | Mauv | Mauv | Tr Bon | Tr Bon |

Vote majoritaire 8 contre 3 en faveur de A : $A \succ_{VM} B$

Mais la distribution des opinions pourrait être :

| | 3 juges | 4 juges | 2 juges | 2 juges |
|-----|----------|----------|----------|----------|
| A : | Bon | Très Bon | Médiocre | Mauvais |
| B : | Très Bon | Mauvais | Bon | Médiocre |

Vote majoritaire 7 contre 4 en faveur de B : $B \succ_{VM} A$

Les comparaisons peuvent induire à l'erreur même entre deux vins ou candidats !

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Même avec seulement 2 – deux – candidats, le vote majoritaire peut ne pas élire le candidat évalué le meilleur !

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Même avec seulement 2 – **deux** – candidats, le vote majoritaire peut ne pas élire le candidat évalué le meilleur !

Imaginez deux candidats – Mourad et Said – dont les évaluations des électeurs étaient :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médicore</i> | <i>Bien</i> |
|---------|----------------|-----------------|-------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% |
| Said: | 30% | 34% | 36% |

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Même avec seulement 2 – **deux** – candidats, le vote majoritaire peut ne pas élire le candidat évalué le meilleur !

Imaginez deux candidats – Mourad et Said – dont les évaluations des électeurs étaient :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médicore</i> | <i>Bien</i> |
|---------|----------------|-----------------|-------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% |
| Said: | 30% | 34% | 36% |

Mourad \succ Said

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Même avec seulement 2 – deux – candidats, le vote majoritaire peut ne pas élire le candidat évalué le meilleur !

Imaginez deux candidats – Mourad et Said – dont les évaluations des électeurs étaient :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médicore</i> | <i>Bien</i> | |
|---------|----------------|-----------------|-------------|---------------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% | Mourad \succ Said |
| Said: | 30% | 34% | 36% | |

Qu'en dit un vote majoritaire ? Cela dépend des "préférences".

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Même avec seulement 2 – deux – candidats, le vote majoritaire peut ne pas élire le candidat évalué le meilleur !

Imaginez deux candidats – Mourad et Said – dont les évaluations des électeurs étaient :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médicore</i> | <i>Bien</i> | |
|---------|----------------|-----------------|-------------|---------------------------------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% | Mourad \succ Said |
| Said: | 30% | 34% | 36% | |

Qu'en dit un vote majoritaire ? Cela dépend des "préférences".

| | 30% | 10% | 16% | 20% | 20% | 4% |
|---------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Mourad: | <i>Bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Mauvais</i> |
| Said: | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Bien</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> |

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Même avec seulement 2 – deux – candidats, le vote majoritaire peut ne pas élire le candidat évalué le meilleur !

Imaginez deux candidats – Mourad et Said – dont les évaluations des électeurs étaient :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médicore</i> | <i>Bien</i> | |
|---------|----------------|-----------------|-------------|---------------------------------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% | Mourad \succ Said |
| Said: | 30% | 34% | 36% | |

Qu'en dit un vote majoritaire ? Cela dépend des "préférences".

| | 30% | 10% | 16% | 20% | 20% | 4% |
|---------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Mourad: | <i>Bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Mauvais</i> |
| Said: | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Bien</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> |

Mourad bas Said avec 60% des voix.

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Mais avec les mêmes évaluations :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Bien</i> |
|---------|----------------|-----------------|-------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% |
| Said: | 30% | 34% | 36% |

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Mais avec les mêmes évaluations :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Bien</i> |
|---------|----------------|-----------------|-------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% |
| Said: | 30% | 34% | 36% |

les "préférences" des électeurs pourraient être :

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Mais avec les mêmes évaluations :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Bien</i> |
|---------|----------------|-----------------|-------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% |
| Said: | 30% | 34% | 36% |

les "préférences" des électeurs pourraient être :

| | 10% | 30% | 36% | 24% |
|---------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| Mourad: | <i>Bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> |
| Said: | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> |

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Mais avec les mêmes évaluations :

| | <i>Mauvais</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Bien</i> |
|---------|----------------|-----------------|-------------|
| Mourad: | 24% | 36% | 40% |
| Said: | 30% | 34% | 36% |

les "préférences" des électeurs pourraient être :

| | 10% | 30% | 36% | 24% |
|---------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| Mourad: | <i>Bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> |
| Said: | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> |

Said bas Mourad avec 60% des voix.

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Le vote majoritaire mesure mal : dans cette situation il donne le mauvais résultat presque 42% du temps :

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Le vote majoritaire mesure mal : dans cette situation il donne le mauvais résultat presque 42% du temps :

| | | Said: | | |
|---------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> |
| Mourad: | <i>Bien</i> | | $\delta\%$ | $(40 - \delta)\%$ |
| | <i>Médiocre</i> | $(46 - \delta)\%$ | | $(\delta - 10)\%$ |
| | <i>Mauvais</i> | $(\delta - 10)\%$ | $(34 - \delta)\%$ | |

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Le vote majoritaire mesure mal : dans cette situation il donne le mauvais résultat presque 42% du temps :

| | | Said: | | |
|---------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> |
| Mourad: | <i>Bien</i> | | $\delta\%$ | $(40 - \delta)\%$ |
| | <i>Médiocre</i> | $(46 - \delta)\%$ | | $(\delta - 10)\%$ |
| | <i>Mauvais</i> | $(\delta - 10)\%$ | $(34 - \delta)\%$ | |

Mourad obtient $(\delta + (40 - \delta) + (\delta - 10))\% = (30 + \delta)\%$ des voix.

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Le vote majoritaire mesure mal : dans cette situation il donne le mauvais résultat presque 42% du temps :

| | | Said: | | |
|---------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> |
| Mourad: | <i>Bien</i> | | $\delta\%$ | $(40 - \delta)\%$ |
| | <i>Médiocre</i> | $(46 - \delta)\%$ | | $(\delta - 10)\%$ |
| | <i>Mauvais</i> | $(\delta - 10)\%$ | $(34 - \delta)\%$ | |

Mourad obtient $(\delta + (40 - \delta) + (\delta - 10))\% = (30 + \delta)\%$ des voix.

- $\delta = 20\%$: équivaut,
- $10\% \leq \delta < 20\%$: Said gagne (avec probabilité $\frac{10}{24}$),
- $20\% < \delta \leq 34\%$ Mourad gagne (avec probabilité $\frac{14}{24}$).

L'étendu des erreurs du vote majoritaire entre deux

Le vote majoritaire mesure mal : dans cette situation il donne le mauvais résultat presque 42% du temps :

| | | Said: | | |
|---------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | <i>Bien</i> | <i>Médiocre</i> | <i>Mauvais</i> |
| Mourad: | <i>Bien</i> | | $\delta\%$ | $(40 - \delta)\%$ |
| | <i>Médiocre</i> | $(46 - \delta)\%$ | | $(\delta - 10)\%$ |
| | <i>Mauvais</i> | $(\delta - 10)\%$ | $(34 - \delta)\%$ | |

Mourad obtient $(\delta + (40 - \delta) + (\delta - 10))\% = (30 + \delta)\%$ des voix.

- $\delta = 20\%$: équivaut,
- $10\% \leq \delta < 20\%$: Said gagne (avec probabilité $\frac{10}{24}$),
- $20\% < \delta \leq 34\%$ Mourad gagne (avec probabilité $\frac{14}{24}$).

Remède ? **Le jugement majoritaire.**

- 1 "Jugement de Paris"
- 2 Jugement majoritaire: ≤ 2 compétiteurs
- 3 Jugement majoritaire: ≥ 3 compétiteurs

C'est quoi une élection ?

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

Mais **le vote majoritaire**

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

Mais **le vote majoritaire**

- ne donne aucune idée pour comment mesurer le soutien d'un seul candidat,

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

Mais **le vote majoritaire**

- ne donne aucune idée pour comment mesurer le soutien d'un seul candidat,
- ne marche pas quand il y a trois candidats ou plus (paradoxes de Condorcet et d'Arrow),

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

Mais **le vote majoritaire**

- ne donne aucune idée pour comment mesurer le soutien d'un seul candidat,
- ne marche pas quand il y a trois candidats ou plus (paradoxes de Condorcet et d'Arrow),
- et quand il y a que deux candidats peut même ne pas élire le candidat jugé le meilleur par l'électorat.

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

Mais **le vote majoritaire**

- ne donne aucune idée pour comment mesurer le soutien d'un seul candidat,
- ne marche pas quand il y a trois candidats ou plus (paradoxes de Condorcet et d'Arrow),
- et quand il y a que deux candidats peut même ne pas élire le candidat jugé le meilleur par l'électorat.

Cette procédure que nous avons tous utilisée dès notre première enfance

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

Mais **le vote majoritaire**

- ne donne aucune idée pour comment mesurer le soutien d'un seul candidat,
- ne marche pas quand il y a trois candidats ou plus (paradoxes de Condorcet et d'Arrow),
- et quand il y a que deux candidats peut même ne pas élire le candidat jugé le meilleur par l'électorat.

Cette procédure que nous avons tous utilisée dès notre première enfance — et qui est universellement acceptée par tout le monde y compris les théoriciens du vote —

C'est quoi une élection ?

Une élection essaie de **mesurer** le soutien d'un électorat pour chacun des compétiteurs pour les ranger et déclarer le premier le gagnant.

Mais **le vote majoritaire**

- ne donne aucune idée pour comment mesurer le soutien d'un seul candidat,
- ne marche pas quand il y a trois candidats ou plus (paradoxes de Condorcet et d'Arrow),
- et quand il y a que deux candidats peut même ne pas élire le candidat jugé le meilleur par l'électorat.

Cette procédure que nous avons tous utilisée dès notre première enfance — et qui est universellement acceptée par tout le monde y compris les théoriciens du vote — **est sérieusement défectueuse !**

Comment mesurer un compétiteur ?

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Exemples (de la meilleure note au pire) :

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Exemples (de la meilleure note au pire) :

- **Vins** : *Excellent, Très Bon, Bon, Assez Bon, Insuffisant, Mediocre, Mauvais*

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Exemples (de la meilleure note au pire) :

- **Vins** : *Excellent, Très Bon, Bon, Assez Bon, Insuffisant, Mediocre, Mauvais*
- **Restaurants** : ******* , ****** , ***** , aucune *****

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Exemples (de la meilleure note au pire) :

- **Vins** : *Excellent, Très Bon, Bon, Assez Bon, Insuffisant, Mediocre, Mauvais*
- **Restaurants** : ******* , ****** , ***** , aucune *
- **Plonges** : 10.0, 9.5, 9.0, . . . , 1.0, 0.5, 0.0 (bien définit)

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Exemples (de la meilleure note au pire) :

- **Vins** : *Excellent, Très Bon, Bon, Assez Bon, Insuffisant, Mediocre, Mauvais*
- **Restaurants** : ******* , ****** , ***** , aucune *
- **Plonges** : 10.0, 9.5, 9.0, . . . , 1.0, 0.5, 0.0 (bien définit)
- **Étudiants** USA : *A, B, . . . , F.*

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Exemples (de la meilleure note au pire) :

- **Vins** : *Excellent, Très Bon, Bon, Assez Bon, Insuffisant, Mediocre, Mauvais*
- **Restaurants** : ******* , ****** , ***** , aucune *
- **Plonges** : 10.0, 9.5, 9.0, . . . , 1.0, 0.5, 0.0 (bien définit)
- **Étudiants** USA : *A, B, . . . , F*.
- **Financières** : *AAA, AA+, AA, . . . , SD, D* (Standard & Poor's)

Comment mesurer un compétiteur ?

A l'exception d'élections, tout autre classement—de vins, de patineurs artistiques, de gymnastes, de pianistes, de plongeurs, de restaurants, de douleurs, d'étudiants, etc.—**mesure** avec des notes ou mentions ordinales bien définies.

Exemples (de la meilleure note au pire) :

- **Vins** : *Excellent, Très Bon, Bon, Assez Bon, Insuffisant, Mediocre, Mauvais*
- **Restaurants** : ******* , ****** , ***** , aucune *
- **Plonges** : 10.0, 9.5, 9.0, ..., 1.0, 0.5, 0.0 (bien définit)
- **Étudiants** USA : *A, B, ..., F.*
- **Financières** : *AAA, AA+, AA, ..., SD, D* (Standard & Poor's)
- **Douleurs** : 10, 9, ..., 0.

Comment mesurer un compétiteur ?

Comment mesurer un compétiteur ?

Malheureusement, d'habitude, toutes procédures utilisent une méthode de somme (ce qui n'est pas sensé).

Comment mesurer un compétiteur ?

Malheureusement, d'habitude, toutes procédures utilisent une méthode de somme (ce qui n'est pas sensé).

Deux axiomes sont fondamentaux :

Comment mesurer un compétiteur ?

Malheureusement, d'habitude, toutes procédures utilisent une méthode de somme (ce qui n'est pas sensé).

Deux axiomes sont fondamentaux :

- **Axiome 1** : Il existe une échelle de notes ou mentions pour évaluer les compétiteurs.

Comment mesurer un compétiteur ?

Malheureusement, d'habitude, toutes procédures utilisent une méthode de somme (ce qui n'est pas sensé).

Deux axiomes sont fondamentaux :

- **Axiome 1** : Il existe une échelle de notes ou mentions pour évaluer les compétiteurs.
- **Axiome 2** : Les électeurs ont la même importance : permuter les notes des électeurs ne change pas l'évaluation globale de l'électorat.

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Faisons l'hypothèse que l'échelle 0-20 utilisée dans le jugement de Paris était bien définit.

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Faisons l'hypothèse que l'échelle 0-20 utilisée dans le jugement de Paris était bien définit.

Que dit la majorité du jury pour le vin $D^* = \text{Château Haut Brion}$?

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Faisons l'hypothèse que l'échelle 0-20 utilisée dans le jugement de Paris était bien définit.

Que dit la majorité du jury pour le vin $D^* = \text{Château Haut Brion}$?

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|
| D^* : | 8 | 10 | 12 | 12 | 12 | 13.5 | 14 | 15 | 15 | 17 | 17 |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Faisons l'hypothèse que l'échelle 0-20 utilisée dans le jugement de Paris était bien définit.

Que dit la majorité du jury pour le vin $D^* = \text{Château Haut Brion}$?

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|
| D^* : | 8 | 10 | 12 | 12 | 12 | 13.5 | 14 | 15 | 15 | 17 | 17 |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|

L'évaluation majoritaire globale du jury (constitué d'un nombre impair de juges) est la note 13.5 :

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Faisons l'hypothèse que l'échelle 0-20 utilisée dans le jugement de Paris était bien définit.

Que dit la majorité du jury pour le vin $D^* = \text{Château Haut Brion}$?

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|
| D^* : | 8 | 10 | 12 | 12 | 12 | 13.5 | 14 | 15 | 15 | 17 | 17 |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|

L'évaluation majoritaire globale du jury (constitué d'un nombre impair de juges) est la note 13.5 :

- une majorité absolue pour 13.5 contre toute note inférieure, et

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Faisons l'hypothèse que l'échelle 0-20 utilisée dans le jugement de Paris était bien définit.

Que dit la majorité du jury pour le vin $D^* = \text{Château Haut Brion}$?

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|
| D^* : | 8 | 10 | 12 | 12 | 12 | 13.5 | 14 | 15 | 15 | 17 | 17 |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|

L'évaluation majoritaire globale du jury (constitué d'un nombre impair de juges) est la note 13.5 :

- une majorité absolue pour 13.5 contre toute note inférieure, et
- une majorité absolue pour 13.5 contre toute note supérieure.

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Faisons l'hypothèse que l'échelle 0-20 utilisée dans le jugement de Paris était bien définit.

Que dit la majorité du jury pour le vin $D^* = \text{Château Haut Brion}$?

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|
| D^* : | 8 | 10 | 12 | 12 | 12 | 13.5 | 14 | 15 | 15 | 17 | 17 |
|---------|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|

L'évaluation majoritaire globale du jury (constitué d'un nombre impair de juges) est la note 13.5 :

- une majorité absolue pour 13.5 contre toute note inférieure, et
- une majorité absolue pour 13.5 contre toute note supérieure.

L'interval majoritaire de D^* est $[13.5, 13.5]$

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Que dit la majorité du jury pour le Château Haut Brion quand il est constitué d'un nombre paire de juges ?

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Que dit la majorité du jury pour le Château Haut Brion quand il est constitué d'un nombre paire de juges ?

| | | | | | | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| D^* : | 8 | 10 | 12 | 12 | 12 | 14 | 15 | 15 | 17 | 17 |
|---------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Que dit la majorité du jury pour le Château Haut Brion quand il est constitué d'un nombre paire de juges ?

D^* : 8 10 12 12 12 14 15 15 17 17

L'interval majoritaire de D^* est $[12, 14]$:

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Que dit la majorité du jury pour le Château Haut Brion quand il est constitué d'un nombre paire de juges ?

D^* : 8 10 12 12 12 14 15 15 17 17

L'interval majoritaire de D^* est $[12, 14]$:

- une majorité absolue pour 12 contre toute note inférieure et une majorité relative pour 12 contre toute note supérieure, et

L'évaluation globale de la majorité d'un compétiteur

Que dit la majorité du jury pour le Château Haut Brion quand il est constitué d'un nombre paire de juges ?

D^* : 8 10 12 12 12 14 15 15 17 17

L'interval majoritaire de D^* est $[12, 14]$:

- une majorité absolue pour 12 contre toute note inférieure et une majorité relative pour 12 contre toute note supérieure, et
- une majorité absolue pour 14 contre toute note supérieure et une majorité relative contre toute note inférieure.

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

Comparons $A = \text{Stag's Leap}$ et $B^* = \text{Château Mouton Rothschild}$:

| | | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|---------|----|----|----|----|------|
| A : | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 |

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

Comparons $A = \text{Stag's Leap}$ et $B^* = \text{Château Mouton Rothschild}$:

| | | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|-----|---------|-----|----|----|----|------|
| A : | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A : | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 15] | 15 | 16 | 16 | 16 |

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

Comparons $A = \text{Stag's Leap}$ et $B^* = \text{Château Mouton Rothschild}$:

| | | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|-----|---------|-----|----|----|----|------|
| A : | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A : | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 15] | 15 | 16 | 16 | 16 |

L'intervalle majoritaire $[14, 15]$ est meilleur que l'intervalle majoritaire $[14, 14]$: la majorité—le **jugement majoritaire**—range B au dessus de A :

$$B^* \succ_S A$$

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

| | | | | | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|----|---------|-----------|----|----|----|------|
| A' : | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | <u>14</u> | 15 | 16 | 16 | 16 |

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

| | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|-----|---------|-----------|----|----|----|------|
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | <u>14</u> | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 16 | 16 | 16 |

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

| | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|---------|-----------|----|----|----|------|
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | <u>14</u> | 15 | 16 | 16 | 16 |

| | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|-----|--|-----|----|----|----|------|
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 16 | 16 | 16 |

| | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|-----|--|--|--|-----|----|----|------|
| A' | 10 | 13 | 14 | [14 | | | | 15] | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | [14 | | | | 15] | 16 | 16 | 16 |

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

| | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|-----|-----|-----|---------|-----------|-----|----|------|------|
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | <u>14</u> | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | 14 | [14 | | | | 15] | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | [14 | | | | 15] | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | [14 | | | | | 15] | 16 | 16.5 | |
| B' | 11 | 12 | [12 | | | | | 16] | 16 | 16 | |

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

| | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|-----|-----|-----|---------|-----------|-----|----|------|------|
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | <u>14</u> | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | 14 | [14 | | | | 15] | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | [14 | | | | 15] | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | [14 | | | | | 15] | 16 | 16.5 | |
| B' | 11 | 12 | [12 | | | | | 16] | 16 | 16 | |

♦ A' : majorité absolue pour 14 contre toute note inférieure (et 12);

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

| | | | | | | | | | | | |
|--------|----|----|-----|-----|-----|---------|-----------|-----|----|------|------|
| A' : | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | <u>14</u> | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' : | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' : | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' : | 10 | 13 | 14 | [14 | | | | 15] | 15 | 16 | 16.5 |
| B' : | 11 | 12 | 12 | [14 | | | | 15] | 16 | 16 | 16 |
| A' : | 10 | 13 | [14 | | | | | 15] | 16 | 16.5 | |
| B' : | 11 | 12 | [12 | | | | | 16] | 16 | 16 | |

- ◆ A' : majorité absolue pour 14 contre toute note inférieure (et 12);
- ◆ A' : majorité absolue pour 15 contre toute note supérieur (et 16).

Comparaison globale majoritaire de deux compétiteurs

| | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|-----|-----|-----|---------|-----------|-----|----|------|------|
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | 14 | [14=14] | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | [14=14] | <u>14</u> | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | 14 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | 14 | [14 | | 14] | 15 | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | 14 | [14 | | | | 15] | 15 | 16 | 16.5 |
| B' | 11 | 12 | 12 | [14 | | | | 15] | 16 | 16 | 16 |
| A' | 10 | 13 | [14 | | | | | 15] | 16 | 16.5 | |
| B' | 11 | 12 | [12 | | | | | 16] | 16 | 16 | |

- ◆ A' : majorité absolue pour 14 contre toute note inférieure (et 12);
 - ◆ A' : majorité absolue pour 15 contre toute note supérieur (et 16).
- Ainsi, la majorité plus solide pour A' que pour B' : $A' \succ_S B'$.

Le vote majoritaire entre A et B^*

Le vote majoritaire entre A et B^*

| | J_1 | J_2 | J_3 | J_4 | J_5 | J_6 | J_7 | J_8 | J_9 | J_{10} | J_{11} |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| A : | 14 | 15 | 10 | 14 | 15 | 16 | 14 | 14 | 13 | 16.5 | 14 |
| B^* : | 16 | 14 | 15 | 15 | 12 | 16 | 12 | 14 | 11 | 16 | 14 |

$$A(5) \succ_{VM} B^*(3)$$

Le vote majoritaire entre A et B^*

| | J_1 | J_2 | J_3 | J_4 | J_5 | J_6 | J_7 | J_8 | J_9 | J_{10} | J_{11} |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| A : | 14 | 15 | 10 | 14 | 15 | 16 | 14 | 14 | 13 | 16.5 | 14 |
| B^* : | 16 | 14 | 15 | 15 | 12 | 16 | 12 | 14 | 11 | 16 | 14 |

$$A(5) \succ_{VM} B^*(3)$$

Mais avec les notes identiques :

| | | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|
| A : | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 16 | 16.5 | 15 | 15 | 10 | 13 |
| B^* : | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 | 12 | 11 | 14 | 12 | 14 | 14 |

$$A(4) \prec_{VM} B^*(7)$$

Le vote majoritaire entre A et B^*

| | J_1 | J_2 | J_3 | J_4 | J_5 | J_6 | J_7 | J_8 | J_9 | J_{10} | J_{11} |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| A : | 14 | 15 | 10 | 14 | 15 | 16 | 14 | 14 | 13 | 16.5 | 14 |
| B^* : | 16 | 14 | 15 | 15 | 12 | 16 | 12 | 14 | 11 | 16 | 14 |

$$A(5) \succ_{VM} B^*(3)$$

Mais avec les notes identiques :

| | | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|
| A : | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 16 | 16.5 | 15 | 15 | 10 | 13 |
| B^* : | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 | 12 | 11 | 14 | 12 | 14 | 14 |

$$A(4) \prec_{VM} B^*(7)$$

ou

| | | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|
| A : | 13 | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16.5 | 10 | 14 | 14 | 14 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | 15 | 16 | 14 | 15 | 16 | 16 |

$$A(7) \succ_{VM} B^*(4)$$

Électorat "polarisé" entre deux

Électorat "polarisé" entre deux

Il est largement admis que le vote majoritaire entre deux compétiteurs marche bien quand l'électorat est polarisé : le plus qu'un électeur est pour un compétiteur le plus il est contre l'autre.

Électorat "polarisé" entre deux

Il est largement admis que le vote majoritaire entre deux compétiteurs marche bien quand l'électorat est polarisé : le plus qu'un électeur est pour un compétiteur le plus il est contre l'autre.

Y-a-t'il une méthode d'évaluation *conforme au vote majoritaire* entre 2 quand l'électorat est polarisé ?

Électorat "polarisé" entre deux

Il est largement admis que le vote majoritaire entre deux compétiteurs marche bien quand l'électorat est polarisé : le plus qu'un électeur est pour un compétiteur le plus il est contre l'autre.

Y-a-t'il une méthode d'évaluation *conforme au vote majoritaire* entre 2 quand l'électorat est polarisé ?

Formellement, un *électorat est polarisé* entre deux compétiteurs A et B quand un électeur v_i évalue A mieux qu'un autre v_j , alors v_i évalue B pas mieux que v_j pour toutes paires de votants v_i et v_j .

Électorat "polarisé" entre deux

Il est largement admis que le vote majoritaire entre deux compétiteurs marche bien quand l'électorat est polarisé : le plus qu'un électeur est pour un compétiteur le plus il est contre l'autre.

Y-a-t'il une méthode d'évaluation *conforme au vote majoritaire* entre 2 quand l'électorat est polarisé ?

Formellement, un *électorat est polarisé* entre deux compétiteurs A et B quand un électeur v_i évalue A mieux qu'un autre v_j , alors v_i évalue B pas mieux que v_j pour toutes paires de votants v_i et v_j .

Exemple d'électorat polarisé pour les vins A et B^* :

| | | | | | | | | | | | |
|---------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A : | 16.5 | 16 | 15 | 15 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 13 | 10 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 |

Électorat "polarisé" entre deux

Il est largement admis que le vote majoritaire entre deux compétiteurs marche bien quand l'électorat est polarisé : le plus qu'un électeur est pour un compétiteur le plus il est contre l'autre.

Y-a-t'il une méthode d'évaluation *conforme au vote majoritaire* entre 2 quand l'électorat est polarisé ?

Formellement, un *électorat est polarisé* entre deux compétiteurs A et B quand un électeur v_i évalue A mieux qu'un autre v_j , alors v_i évalue B pas mieux que v_j pour toutes paires de votants v_i et v_j .

Exemple d'électorat polarisé pour les vins A et B^* :

| | | | | | | | | | | | |
|---------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A : | 16.5 | 16 | 15 | 15 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 13 | 10 |
| B^* : | 11 | 12 | 12 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 |

$$B^*(5) \succ_{VM} A(4)$$

Conforme au jugement majoritaire, pas à la méthode de somme.

Caractérisation du jugement majoritaire entre deux

Caractérisation du jugement majoritaire entre deux

Une méthode de rangement F de deux compétiteurs basée sur les évaluations des électeurs est *conforme au vote majoritaire (VM)* quand le gagnant-VM est le gagnant- F et le gagnant- F est soit le gagnant-VM soit un équivalent-VM. (F utilise plus d'information que VM, donc l'asymétrie de la définition.)

Caractérisation du jugement majoritaire entre deux

Une méthode de rangement F de deux compétiteurs basée sur les évaluations des électeurs est *conforme au vote majoritaire (VM)* quand le gagnant-VM est le gagnant- F et le gagnant- F est soit le gagnant-VM soit un équivalent-VM. (F utilise plus d'information que VM, donc l'asymétrie de la définition.)

Theorem (Balinski/Laraki)

Le jugement majoritaire est l'unique méthode de rangement sur deux compétiteurs conforme au vote majoritaire pour un électorat polarisé.

- 1 "Jugement de Paris"
- 2 Jugement majoritaire: ≤ 2 compétiteurs
- 3 Jugement majoritaire: ≥ 3 compétiteurs

Que Faire ?

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente,

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente, **non-fiable même entre 2 vins.**

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente, **non-fiable même entre 2 vins**.
Posant la question analog à celle posée par Arrow :

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente, **non-fiable même entre 2 vins**.

Posant la question analog à celle posée par Arrow :

Existe-t-il une méthode basée sur des évaluations des juges qui classe les vins et obéit à trois exigences essentielles :

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente, **non-fiable même entre 2 vins**.

Posant la question analog à celle posée par Arrow :

Existe-t-il une méthode basée sur des évaluations des juges qui classe les vins et obéit à trois exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (**la neutralité**) ;

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente, **non-fiable même entre 2 vins**.

Posant la question analog à celle posée par Arrow :

Existe-t-il une méthode basée sur des évaluations des juges qui classe les vins et obéit à trois exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (**la neutralité**) ;
- 2 Si elle place A devant B et B devant C alors elle place A devant C (**la transitivité** - pas de paradoxe de Condorcet) ;

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente, **non-fiable même entre 2 vins**.

Posant la question analog à celle posée par Arrow :

Existe-t-il une méthode basée sur des évaluations des juges qui classe les vins et obéit à trois exigences essentielles :

- 1 Elle traite les vins et les juges équitablement (**la neutralité**) ;
- 2 Si elle place A devant B et B devant C alors elle place A devant C (**la transitivité** - pas de paradoxe de Condorcet) ;
- 3 Quand un vin est soit rajouté soit retiré elle ne change pas le classement entre les autres (**la cohérence** - pas de paradoxe d'Arrow).

Que Faire ?

L'approche traditionnelle, basée sur comparaisons ? Pas fidèle, pas sensée, très manipulable, incohérente, **non-fiable même entre 2 vins**.

Posant la question analog à celle posée par Arrow :

Existe-t-il une méthode basée sur des évaluations des juges qui classe les vins et obéit à trois exigences essentielles :

- ① Elle traite les vins et les juges équitablement (**la neutralité**) ;
- ② Si elle place A devant B et B devant C alors elle place A devant C (**la transitivité** - pas de paradoxe de Condorcet) ;
- ③ Quand un vin est soit rajouté soit retiré elle ne change pas le classement entre les autres (**la cohérence** - pas de paradoxe d'Arrow).

Theorem (de possibilités : Balinski/Laraki)

*Une méthode satisfait les trois exigences si et seulement si le classement des vin dépend **seulement** de leurs notes (d'une mesure).*

Jugement majoritaire

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes :

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes : toutes méthodes de sommes,

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes : toutes méthodes de sommes, toutes moyennes (arithmétique, harmonique, géométrique, ...),

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes : toutes méthodes de sommes, toutes moyennes (arithmétique, harmonique, géométrique, ...), la k^e note, ... et bien d'autres.

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes : toutes méthodes de sommes, toutes moyennes (arithmétique, harmonique, géométrique, ...), la k^e note, ... et bien d'autres.

Toute telle méthode est **cohérente** et satisfait la **neutralité** et la **transitivité**.

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes : toutes méthodes de sommes, toutes moyennes (arithmétique, harmonique, géométrique, ...), la k^e note, ... et bien d'autres.

Toute telle méthode est **cohérente** et satisfait la **neutralité** et la **transitivité**.

Le problème : choisir une **mesure fidèle** et une **méthode sensée** ("meaningful") qui empêche autant que possible la manipulation des juges – ou encourage autant que possible l'honnêteté des juges.

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes : toutes méthodes de sommes, toutes moyennes (arithmétique, harmonique, géométrique, ...), la k^e note, ... et bien d'autres.

Toute telle méthode est **cohérente** et satisfait la **neutralité** et la **transitivité**.

Le problème : choisir une **mesure fidèle** et une **méthode sensée** ("meaningful") qui empêche autant que possible la manipulation des juges – ou encourage autant que possible l'honnêteté des juges.

Entre les comparaisons (sans mesure) et une mesure cardinal (telle celle du Jugement de Paris) il existe un autre choix :

Jugement majoritaire

Il existe une infinité de telles méthodes : toutes méthodes de sommes, toutes moyennes (arithmétique, harmonique, géométrique, ...), la k^e note, ... et bien d'autres.

Toute telle méthode est **cohérente** et satisfait la **neutralité** et la **transitivité**.

Le problème : choisir une **mesure fidèle** et une **méthode sensée** ("meaningful") qui empêche autant que possible la manipulation des juges – ou encourage autant que possible l'honnêteté des juges.

Entre les comparaisons (sans mesure) et une mesure cardinal (telle celle du Jugement de Paris) il existe un autre choix :

Une mesure ordinal : **seul** l'ordre compte, une mention est plus haute, plus basse, ou la même qu'une autre.

Jugement majoritaire

Jugement majoritaire

Le *Jugement Majoritaire* peut être résumé facilement.

Jugement majoritaire

Le *Jugement Majoritaire* peut être résumé facilement.

- 1 Choisir et bien définir une mesure ordinale de mentions.

Jugement majoritaire

Le *Jugement Majoritaire* peut être résumé facilement.

- 1 Choisir et bien définir une mesure ordinale de mentions.
- 2 Demander à chaque juge d'accorder à tout vin une mention.

Jugement majoritaire

Le *Jugement Majoritaire* peut être résumé facilement.

- 1 Choisir et bien définir une mesure ordinale de mentions.
- 2 Demander à chaque juge d'accorder à tout vin une mention.
- 3 La majorité détermine la *mention majoritaire* de chaque vin.

Jugement majoritaire

Le *Jugement Majoritaire* peut être résumé facilement.

- 1 Choisir et bien définir une mesure ordinale de mentions.
- 2 Demander à chaque juge d'accorder à tout vin une mention.
- 3 La majorité détermine la *mention majoritaire* de chaque vin.
- 4 Les mentions majoritaires des vins et leurs appuis en nombre déterminent le *rangement majoritaire*.

Jugement majoritaire

Le *Jugement Majoritaire* peut être résumé facilement.

- 1 Choisir et bien définir une mesure ordinale de mentions.
- 2 Demander à chaque juge d'accorder à tout vin une mention.
- 3 La majorité détermine la *mention majoritaire* de chaque vin.
- 4 Les mentions majoritaires des vins et leurs appuis en nombre déterminent le *rangement majoritaire*.

Pour les élections nous avons utilisé :

*Excellent, Très Bien, Bien, Assez Bien, Passable
Insuffisant, À Rejeter.*

Jugement majoritaire: bulletin de vote typique

Jugement majoritaire: bulletin de vote typique

Bulletin : Élection Présidentielle de 2012

Pour présider la France, ayant pris tous les éléments en compte, je juge en conscience que ce candidat serait :

| | <i>Excel- lent</i> | <i>Très bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Assez bien</i> | <i>Pass- able</i> | <i>Insuf- fisant</i> | <i>à Rejeter</i> |
|-----------------------|------------------------|----------------------|-------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|----------------------|
| François Hollande | | | | | | | |
| François Bayrou | | | | | | | |
| Nicolas Sarkozy | | | | | | | |
| Jean-Luc Mélenchon | | | | | | | |
| Nicolas Dupont-Aignan | | | | | | | |
| Eva Joly | | | | | | | |
| Philippe Poutou | | | | | | | |
| Marine Le Pen | | | | | | | |
| Nathalie Arthaud | | | | | | | |
| Jacques Cheminade | | | | | | | |

Cochez une seule mention dans la ligne de chaque candidat.

Ne pas cocher une mention dans la ligne d'un candidat revient à le Rejeter.

Jugement majoritaire: résultat typique

Jugement majoritaire: résultat typique

Sondage national, 12-16 avril, d'OpinionWay pour Terra Nova:

Jugement majoritaire: résultat typique

Sondage national, 12-16 avril, d'OpinionWay pour Terra Nova:

| | <i>Excel- lent</i> | <i>Très bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Assez bien</i> | <i>Pass- able</i> | <i>Insuf- fisant</i> | <i>à Re- jeter</i> |
|----------|------------------------|----------------------|-------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------|
| Hollande | 12.48% | 16.15% | 16.42% | 11.67% | 14.79% | 14.25% | 14.24% |
| Bayrou | 2.58% | 9.77% | 21.71% | 25.24% | 20.08% | 11.94% | 8.69% |
| Sarkozy | 9.63% | 12.35% | 16.28% | 10.99% | 11.13% | 7.87% | 31.75% |
| Mélnchn | 5.43% | 9.50% | 12.89% | 14.65% | 17.10% | 15.06% | 25.37% |
| Dpt-Agn | 0.54% | 2.58% | 5.97% | 11.26% | 20.22% | 25.51% | 33.92% |
| Joly | 0.81% | 2.99% | 6.51% | 11.80% | 14.65% | 24.69% | 38.53% |
| Poutou | 0.14% | 1.36% | 4.48% | 7.73% | 12.48% | 28.09% | 45.73% |
| Le Pen | 5.97% | 7.33% | 9.50% | 9.36% | 13.98% | 6.24% | 47.63% |
| Arthaud | 0.00% | 1.36% | 3.80% | 6.51% | 13.16% | 25.24% | 49.93% |
| Chmnd | 0.41% | 0.81% | 2.44% | 5.83% | 11.67% | 26.87% | 51.97% |

En rouge : l'interval majoritaire.

Jugement majoritaire: classement typique

Jugement majoritaire: classement typique

Sondage national, 12-166 avril, d'OpinionWay pour Terra Nova:

| Jugement majoritaire classement | Plus que mention-majoritaire p | La mention-majoritaire $\alpha \pm$ | Moins que mention-majoritaire q | Scrutin majoritaire classement |
|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| 1 Hollande | 45.05% | <i>Assez bien+</i> | 43.28% | 28.6% (1e) |
| 2 Bayrou | 34.06% | <i>Assez bien-</i> | 40.71% | 9.1% (5e) |
| 3 Sarkozy | 49.25% | <i>Passable+</i> | 39.62% | 27.3% (2e) |
| 4 Mélenchon | 42.47% | <i>Passable+</i> | 40.43% | 11.0% (4e) |
| 5 Dupont-Aignan | 40.57% | <i>Insuffisant+</i> | 33.92% | 1.5% (7e) |
| 6 Joly | 36.77% | <i>Insuffisant-</i> | 38.53% | 2.3% (6e) |
| 7 Poutou | 26.19% | <i>Insuffisant-</i> | 45.73% | 1.2% (8e) |
| 8 Le Pen | 46.13% | <i>Insuffisant-</i> | 47.63% | 17.9% (3e) |
| 9 Arthaud | 24.83% | <i>Insuffisant-</i> | 49.93% | 0.7% (9e) |
| 10 Cheminade | 48.03% | <i>à Rejeter</i> | - | 0.4% (10e) |

Jugement majoritaire: classement typique

Sondage national, 12-166 avril, d'OpinionWay pour Terra Nova:

| Jugement majoritaire classement | Plus que mention-majoritaire p | La mention-majoritaire $\alpha \pm$ | Moins que mention-majoritaire q | Scrutin majoritaire classement |
|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| 1 Hollande | 45.05% | <i>Assez bien+</i> | 43.28% | 28.6% (1e) |
| 2 Bayrou | 34.06% | <i>Assez bien-</i> | 40.71% | 9.1% (5e) |
| 3 Sarkozy | 49.25% | <i>Passable+</i> | 39.62% | 27.3% (2e) |
| 4 Mélenchon | 42.47% | <i>Passable+</i> | 40.43% | 11.0% (4e) |
| 5 Dupont-Aignan | 40.57% | <i>Insuffisant+</i> | 33.92% | 1.5% (7e) |
| 6 Joly | 36.77% | <i>Insuffisant-</i> | 38.53% | 2.3% (6e) |
| 7 Poutou | 26.19% | <i>Insuffisant-</i> | 45.73% | 1.2% (8e) |
| 8 Le Pen | 46.13% | <i>Insuffisant-</i> | 47.63% | 17.9% (3e) |
| 9 Arthaud | 24.83% | <i>Insuffisant-</i> | 49.93% | 0.7% (9e) |
| 10 Cheminade | 48.03% | <i>à Rejeter</i> | - | 0.4% (10e) |

La *jauge-majoritaire* : $(p, \alpha \pm, q)$

Jugement majoritaire: classement typique

Sondage national, 12-166 avril, d'OpinionWay pour Terra Nova:

| Jugement majoritaire classement | Plus que mention-majoritaire p | La mention-majoritaire $\alpha \pm$ | Moins que mention-majoritaire q | Scrutin majoritaire classement |
|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| 1 Hollande | 45.05% | <i>Assez bien+</i> | 43.28% | 28.6% (1e) |
| 2 Bayrou | 34.06% | <i>Assez bien-</i> | 40.71% | 9.1% (5e) |
| 3 Sarkozy | 49.25% | <i>Passable+</i> | 39.62% | 27.3% (2e) |
| 4 Mélenchon | 42.47% | <i>Passable+</i> | 40.43% | 11.0% (4e) |
| 5 Dupont-Aignan | 40.57% | <i>Insuffisant+</i> | 33.92% | 1.5% (7e) |
| 6 Joly | 36.77% | <i>Insuffisant-</i> | 38.53% | 2.3% (6e) |
| 7 Poutou | 26.19% | <i>Insuffisant-</i> | 45.73% | 1.2% (8e) |
| 8 Le Pen | 46.13% | <i>Insuffisant-</i> | 47.63% | 17.9% (3e) |
| 9 Arthaud | 24.83% | <i>Insuffisant-</i> | 49.93% | 0.7% (9e) |
| 10 Cheminade | 48.03% | <i>à Rejeter</i> | - | 0.4% (10e) |

La *jauge-majoritaire* : $(p, \alpha \pm, q)$

Theorem

La jauge-majoritaire est "strategy-proof-in-grading".

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).
- 2 Éliminer le paradoxe d'Arrow (éviter le jeu des multiples candidatures).

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).
- 2 Éliminer le paradoxe d'Arrow (éviter le jeu des multiples candidatures).
- 3 Inciter l'électeur à s'exprimer honnêtement (l'honnêteté *doit* être utile).

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).
- 2 Éliminer le paradoxe d'Arrow (éviter le jeu des multiples candidatures).
- 3 Inciter l'électeur à s'exprimer honnêtement (l'honnêteté *doit* être utile).
- 4 Mesurer l'opinion de l'électorat "meaningfully" (*refuser* des mesures telles 1 pomme + 1 voiture = 2).

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).
- 2 Éliminer le paradoxe d'Arrow (éviter le jeu des multiples candidatures).
- 3 Inciter l'électeur à s'exprimer honnêtement (l'honnêteté *doit* être utile).
- 4 Mesurer l'opinion de l'électorat "meaningfully" (*refuser* des mesures telles 1 pomme + 1 voiture = 2).
- 5 Résister à la manipulation (contrer la tricherie).

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).
- 2 Éliminer le paradoxe d'Arrow (éviter le jeu des multiples candidatures).
- 3 Inciter l'électeur à s'exprimer honnêtement (l'honnêteté *doit* être utile).
- 4 Mesurer l'opinion de l'électorat "meaningfully" (*refuser* des mesures telles 1 pomme + 1 voiture = 2).
- 5 Résister à la manipulation (contrer la tricherie).
- 6 Obéir à la volonté de la majorité.

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).
- 2 Éliminer le paradoxe d'Arrow (éviter le jeu des multiples candidatures).
- 3 Inciter l'électeur à s'exprimer honnêtement (l'honnêteté *doit* être utile).
- 4 Mesurer l'opinion de l'électorat "meaningfully" (*refuser* des mesures telles 1 pomme + 1 voiture = 2).
- 5 Résister à la manipulation (contrer la tricherie).
- 6 Obéir à la volonté de la majorité.

Une méthode satisfait ces demandes : le jugement majoritaire.

Pourquoi le jugement majoritaire : au moins trois compétiteurs

Un mode de scrutin doit satisfaire six exigences :

- 1 Éviter le paradoxe de Condorcet (*doit* désigner un gagnant).
- 2 Éliminer le paradoxe d'Arrow (éviter le jeu des multiples candidatures).
- 3 Inciter l'électeur à s'exprimer honnêtement (l'honnêteté *doit* être utile).
- 4 Mesurer l'opinion de l'électorat "meaningfully" (*refuser* des mesures telles 1 pomme + 1 voiture = 2).
- 5 Résister à la manipulation (contrer la tricherie).
- 6 Obéir à la volonté de la majorité.

Une méthode satisfait ces demandes : le jugement majoritaire.

*La choisir ne serait que remplacer le vote majoritaire sur les candidats par **des votes majoritaires sur leurs mérites**.*

Pourquoi le jugement majoritaire : pratique

Pourquoi le jugement majoritaire : pratique

Le jugement majoritaire choisit le candidat jugé **le plus méritant par une majorité de l'électorat.**

Pourquoi le jugement majoritaire : pratique

Le jugement majoritaire choisit le candidat jugé **le plus méritant par une majorité de l'électorat**.

Il écarte les trois défauts majeurs du scrutin majoritaire :

Pourquoi le jugement majoritaire : pratique

Le jugement majoritaire choisit le candidat jugé **le plus méritant par une majorité de l'électorat**.

Il écarte les trois défauts majeurs du scrutin majoritaire :

- Il empêche le jeu des multiples candidatures – rajouter ou retirer des candidats ne change ni gagnant, ni classement.

Pourquoi le jugement majoritaire : pratique

Le jugement majoritaire choisit le candidat jugé **le plus méritant par une majorité de l'électorat**.

Il écarte les trois défauts majeurs du scrutin majoritaire :

- Il empêche le jeu des multiples candidatures – rajouter ou retirer des candidats ne change ni gagnant, ni classement.
- Il mesure avec précision le mérite de chaque candidat – en prenant en compte **l'opinion de tout électeur sur tous les candidats** – traduisant fidèlement le sentiment de l'électorat.

Pourquoi le jugement majoritaire : pratique

Le jugement majoritaire choisit le candidat jugé **le plus méritant par une majorité de l'électorat**.

Il écarte les trois défauts majeurs du scrutin majoritaire :

- Il empêche le jeu des multiples candidatures – rajouter ou retirer des candidats ne change ni gagnant, ni classement.
- Il mesure avec précision le mérite de chaque candidat – en prenant en compte **l'opinion de tout électeur sur tous les candidats** – traduisant fidèlement le sentiment de l'électorat.
- Il donne à l'électeur la **liberté totale d'exprimer ses opinions**, l'incite à l'honnêteté et limite les manipulations. Le vote du "cœur" **est** "utile".

Pourquoi le jugement majoritaire : pratique

Le jugement majoritaire choisit le candidat jugé **le plus méritant par une majorité de l'électorat**.

Il écarte les trois défauts majeurs du scrutin majoritaire :

- Il empêche le jeu des multiples candidatures – rajouter ou retirer des candidats ne change ni gagnant, ni classement.
- Il mesure avec précision le mérite de chaque candidat – en prenant en compte **l'opinion de tout électeur sur tous les candidats** – traduisant fidèlement le sentiment de l'électorat.
- Il donne à l'électeur la **liberté totale d'exprimer ses opinions**, l'incite à l'honnêteté et limite les manipulations. Le vote du "cœur" **est** "utile".

Enfin, il permet une révolution pacifique : sans aucun candidat jugé **Passable** ou mieux, l'électorat peut exiger d'autres candidats.

References

- ◆ Michel Balinski et Rida Laraki. 2010. *Majority Judgment: Measuring, Ranking, and Electing*. MIT Press.
- ◆ – et –. 2013. "Jugement majoritaire versus vote majoritaire (via les présidentielles 2011-2012)." *Revue française d'économie* XXVII 11-44.
- ◆ – et –. 2013. "How best to rank wines." In E. Giraud-Héraud et M.-C. Pichery (eds.), *Wine Economics: Quantitative Studies and Empirical Observations*, Palgrave, 2013, 149-172.
- ◆ – et –. A paraitre, 2014. "What should 'majority decision' mean?" In J. Elster et S. Novak (eds.), *Majority Decisions*, Cambridge University Press.
- ◆ – et –. A paraitre, 2014. "Judge: Don't vote !" *Operations Research*.